

אלקטרומגנטיות אנליטית 1

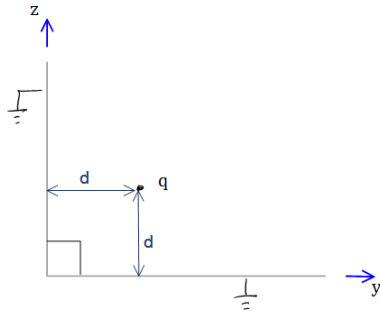
פרק 8 - שיטת התמונות-מטעני דמות

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים.....1

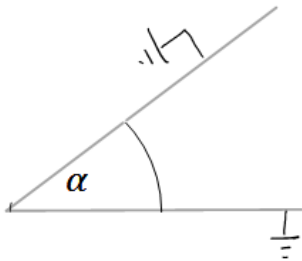
הרצאות ותרגילים:

שאלות:



(1) לוחות בזווית 90 מעלות

נתונים שני מישורים מוארכים המחוברים בזווית ישרה. במרחק d משני המישורים ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט. מצא את מטעני הדמות שמהם ניתן להסיק את פונקציית הפוטנציאל במרחב.



(2) לוחות בזווית אלפה

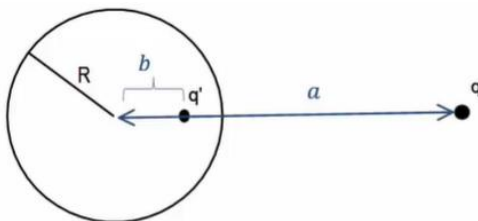
נתונים שני מישורים מוארכים המחוברים בזווית α . במרחק d משני המישורים ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט. מצא את מטעני הדמות שמהם ניתן להסיק את פונקציית הפוטנציאל במרחב.

(3) מציאת התפלגות המטען על שפת המוליך

נתון מישור אינסופי מוארך. במרחק z מעל המישור נמצא חלקיק בעל מטען q . מצא את התפלגות המטען σ על שפת המישור.

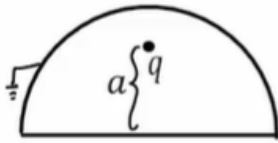
(4) כוח ואנרגיה במטעני דמות

נתון מישור אינסופי מוארך ובמרחק z מעליו נמצא חלקיק בעל מטען q . מהו הכוח שמרגיש החלקיק?

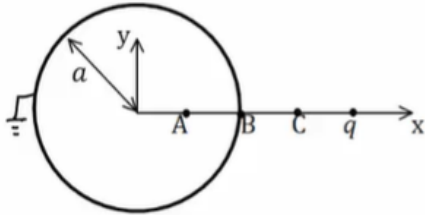


(5) מציאת התפלגות מטען עם ספירה

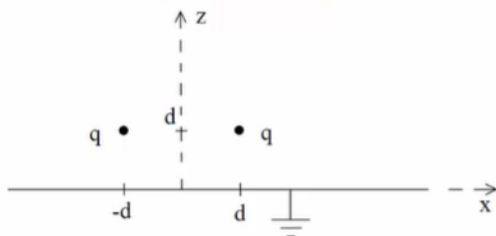
נתונה ספירה מוליכה ומוארכת ברדיוס R . מול הספירה ישנו מטען נקודתי q במרחק a ממרכז הספירה. מצא את התפלגות המטען על השפה של הספירה.

(6) מטען בתוך חצי ספירה

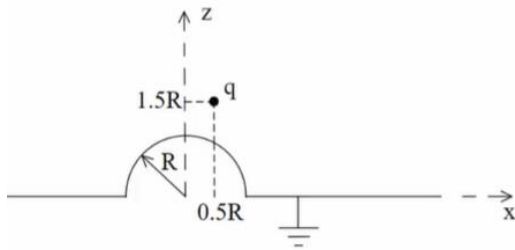
מטען נקודתי q נמצא בתוך חצי ספירה כדורית, מוארקת ברדיוס R .
המטען נמצא בגובה a מעל מרכז הספירה.
מצא את מטעני הדמות בעזרתם נוכל לחשב את הפוטנציאל בכל המרחב.

(7) ספירה, מטען ושלוש נקודות

קליפה כדורית ברדיוס a מוארקת.
מטען q נמצא במרחק $2a$ ממרכז הקליפה ועל ציר ה- x כך ש: $x_A = \frac{a}{2}$, $x_B = a$, $x_C = \frac{3a}{2}$.
א. מצא את הפוטנציאל בנקודות: A, B, C .
ב. מהי התפלגות המטען המשטחית בנקודה B ?
ג. מה הכוח הפועל על המטען q ?
ד. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

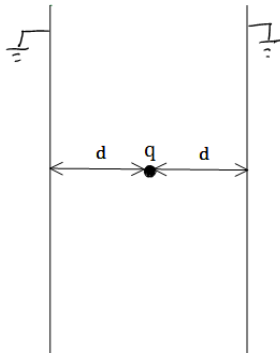
(8) שני מטענים מעל מישור

נתונים שני מטענים q במיקומים $(d, 0, d)$ ו- $(-d, 0, d)$ מעל משטח אינסופי מוארק כבאיור.
א. אילו מטעני שיקוף דרושים כדי לבטא פוטנציאל ושדה ב- $z > 0$?
ב. איזה כוח ירגיש המטען הימני (גודל וכיוון)?
יש לנרמל $\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d^2} = 1$ ולהגיע לתשובה מספרית.
ג. מהי התפלגות המטען על המוליך? ומהו המטען הכולל על המוליך?
ד. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?


9) מטען מעל חצי ספירה ולא במרכז

נתון חצי כדור מוליך מושלם בעל רדיוס R המונח על חצי מרחב מישור מוליך מושלם, כבאיור. מעל המוליך יש מטען q בקואורדינטה $(0.5R, 0, 1.5R)$.

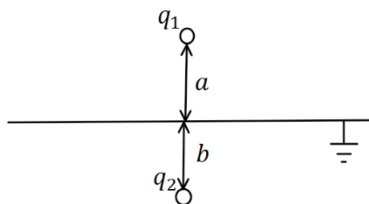
- א. מצא את גודל ומיקום מטעני השיקוף הדרושים בשביל לבטא את הפוטנציאל במרחב שמעל המבנה.
- ב. מצא את הפוטנציאל בנקודות $(0, 0, 1.5R)$, $(0, 0, 0.5R)$.
- ג. מהי צפיפות המטען המשטחית על שפת המוליך בנקודה $(\frac{\sqrt{3}R}{2}, 0, \frac{R}{2})$?
- ד. מה הכוח הפועל על המטען?
- ה. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?


10) מטען בין שני לוחות אינסופיים

נתונים שני לוחות אינסופיים מוארקים במרחק $2d$ זה מזה. בדיוק באמצע ביניהם ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט.

א. מצא את פונקציית הפוטנציאל במרחב.

ב. מצא את העבודה הדרושה לבניית המערכת.

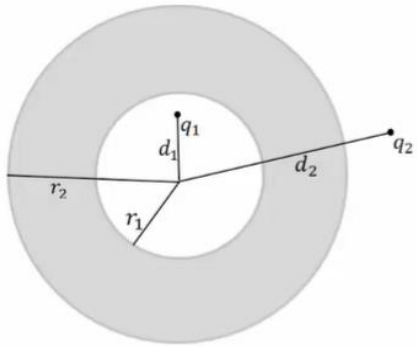
11) מטענים משני צידי מישור מוארק


מטען q_1 נמצא במרחק a מעל מישור אינסופי מוארק.

מטען q_2 נמצא במרחק b מתחת למישור.

א. מצא את השדה והפוטנציאל בכל המרחב.

ב. מהי התפלגות המטען על המישור? ומהו המטען הכולל על המישור?

**12 קליפה עבה עם מטען בפנים ובחוץ**

נתונה קליפה כדורית עבה ומוליכה בעלת רדיוס

פנימי r_1 ורדיוס חיצוני r_2 .

מטען q_1 נמצא במרחק d_1 ממרכז הקליפה כך

ש- $d_1 < r_1$.

מטען q_2 נמצא במרחק d_2 ממרכז הקליפה כך

ש- $d_2 > r_2$.

המטענים לא נמצאים על אותו רדיוס.

א. מצא את הפוטנציאל בו נמצאת הקליפה.

ב. מצא את הכוח הפועל על המטען q_2 .

ג. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

13 דיפול מעל מישור

דיפול מונח במרחק z_0 מלוח אינסופי מוארק.

מומנט הדיפול הוא: $\vec{p} = (0, 0, p)$.

א. מצא את השדה בכל המרחב.

ב. מצא את צפיפות המטען על המישור.

ג. מצא את סך המטען על המישור.

$\vec{p} \uparrow$

$\frac{1}{\epsilon_0}$

14 ספירה נייטרלית

מטען נקודתי q מונח במרחק a מספירה

מוליכה ברדיוס R .

הספירה אינה מוארקת ואינה מחוברת

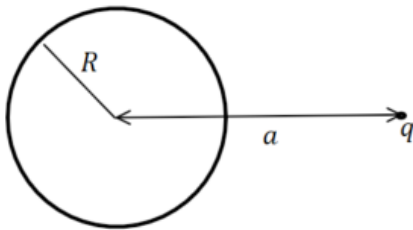
לפוטנציאל כלשהו.

ניתן להניח כי הספירה נייטרלית.

מהו הפוטנציאל על הספירה?

ומהם מטעני הדמות המתאימים לפתרון הבעיה?

רמז: השתמש בחוק שימור המטען.



תשובות סופיות:

$$\varphi = \frac{kq}{r_1} - \frac{kq}{r_2} \quad (1)$$

$$\text{ראה סרטון} \quad (2)$$

$$\sigma = -kq\epsilon_0 \frac{2d}{(r^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (3)$$

$$F = -\frac{q^2}{(2d)^2} \quad (4)$$

$$E(r, \theta) = \frac{kq(r - a \cos \theta)}{(r^2 + a^2 - 2ra \cos \theta)^{\frac{3}{2}}} + \frac{-kq \left(r \left(\frac{a}{R} \right)^2 - a \cos \theta \right)}{\left(R^2 + \left(\frac{ra}{R} \right)^2 - 2ra \cos \theta \right)^{\frac{3}{2}}} \quad (5)$$

$$\text{ראה סרטון} \quad (6)$$

$$\vec{F} = \frac{2kq^2}{qa^2}(-\hat{x}) \quad \text{ג.} \quad \sigma_B = \epsilon_0 \left(-\frac{3kq}{a^2} \right) \quad \text{ב.} \quad \varphi_A = \varphi_B = 0, \quad \varphi_C = \frac{3kq}{2a} \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$U = \frac{-kq^2}{6a} \quad \text{ד.} \quad (8)$$

$$-0.338\hat{z} + 0.162\hat{x} \quad \text{ב.} \quad (-d, 0, d), (d, 0, -d) \quad \text{א.} \quad (8)$$

$$Q_T = -2q, \quad \sigma = -\frac{1}{2\pi}qd \left(\frac{1}{((x-d)^2 + y^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{((x+d)^2 + y^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \quad \text{ג.}$$

$$U = \frac{-kq^2}{\sqrt{2} \cdot 2d} \quad \text{ד.} \quad (9)$$

$$q_3 = \sqrt{\frac{2}{5}}q, \quad \vec{r}_3 = \left(\frac{R}{5}, 0, -\frac{3}{5}R \right), \quad q_4 = -q, \quad \vec{r}_4 = (0.5R, 0, -1.5R) \quad \text{א.} \quad (9)$$

$$\frac{kq}{R^2} 1.04\epsilon_0 \quad \text{ג.} \quad (0, 0, 0.5R), \quad \varphi \approx 0.71 \frac{kq}{R} : (0, 0, 1.5R) \quad \text{ב.}$$

$$U = \frac{kq^2}{2R}(-0.7) \quad \text{ה.} \quad \vec{F} = \frac{kq^2}{R^2}(-0.2, 0, -0.64) \quad \text{ד.}$$

$$\frac{kq^2}{2d}(-\ln(2)) \quad \text{ב.} \quad V_T = \frac{k(-1)^n q}{((x-2dn)^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{א.} \quad (10)$$

$$\sigma_T = \frac{-1}{2\pi} \left(\frac{q_1 a}{(r^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{q_2 b}{(r^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \quad \text{ב.} \quad (11) \quad E_{up} = \frac{kq_1}{|r_+|^2} \hat{r}_+ + \frac{-kq_1}{|r_-|^2} \hat{r}_-$$

$$\vec{F} = \frac{-k \frac{r_2}{d_2} q_2^2 \hat{r}}{\left(d_2 - \frac{r_2^2}{d_2}\right)^2} + \frac{k \left(q_1 + \frac{r_2 q_2}{d_2}\right) q_2 \hat{r}}{d_2^2} \quad \text{ב.} \quad (12) \quad \varphi_2(r_2) = \frac{kq_1}{r_2} + \frac{kq_2}{d_2}$$

$$U = \frac{1}{2} \left[\frac{-k \frac{r_2}{d_2} q_2^2}{\left(d_2 - \frac{r_2^2}{d_2}\right)} + \frac{k \left(q_1 + \frac{r_2 q_2}{d_2}\right) q_2}{d_2} - \frac{kq_1^2 \cdot \frac{r_1}{d_1}}{\left(\frac{r_1^2}{d_1} - d_1\right)} + \frac{kq_1^2}{r_2} + \frac{kq_1 q_2}{d_2} \right] \quad \text{ג.}$$

$$\vec{E}_T = \frac{k \left(3p(z - z_0)r, 0, -pr^2 + 2p(z - z_0)^2 \right)}{\left(r^2 + (z - z_0)^2 \right)^{\frac{5}{2}}} + \frac{k \left(3p(z + z_0)r, 0, -pr^2 + 2p(z + z_0)^2 \right)}{\left(r^2 + (z + z_0)^2 \right)^{\frac{5}{2}}} \quad \text{א.} \quad (13)$$

$$\sigma(r) = \frac{(-2pr^2 + 4pz_0^2)}{4\pi \left(r^2 + z_0^2 \right)^{\frac{5}{2}}} \quad \text{ב.} \quad \text{ג. } 0$$

$$(14) \quad \varphi = \frac{kq}{a} \quad \text{פוטנציאל על הספירה:}$$

$$\text{מטעני הדמות הם: } q' = -q \frac{R}{a} \quad \text{במיקום } q' = q \frac{R}{a}, b = \frac{R^2}{a} \quad \text{במרכז}$$